

# جزوات دانشگاه صنعتی اصفهان

\* جزوات و نمونه سوالات دانشگاهی \*

\* کلاس های آموزشی \*

\* خرید و فروش کتب \*



SAMS TEAM



سبک جریتر

📍 @jorzve\_iut 📷

آزمون میان‌ترم درس محاسبات عددی      فروردین ماه ۹۱      مدت ۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی ..... شماره‌ی دانشجویی

توجه: این دفترچه شامل پرسش‌ها، پاسخ‌نامه و یک برگه‌ی سفید (پیش‌نویس) است که به هیچ وجه نباید جدا شوند.  
پاسخ مناسب پرسش‌ها را فقط با علامت  $\times$  در پاسخ‌نامه مشخص کنید.  
پاسخ نادرست نمره‌ی منفی ندارد. از انتخاب دو گزینه برای یک پرسش و خط زدن خودداری کنید.  
همراه داشتن تلفن همراه تخلف امتحانی محسوب می‌شود.

(۱) حداقل چند جمله از بسط مک‌لورن تابع  $f(x) = \sin(x)$  لازم است تا  $f(0.1)$  با دقت  $4D$  مشخص شود؟

الف) ۲      ب) ۶      ج) ۴      د) ۸

(۲) اگر خطای نسبی  $x$  برابر  $0.04$  و خطای نسبی  $y$  برابر  $0.06$  باشد، خطای نسبی  $z = 2x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}}$  کدام است؟

الف)  $0.01$       ب)  $0.04$       ج)  $0.02$       د)  $0.03$

(۳) برای تابع  $f(x) = 0.3 + 0.5x - \sin(x)$  روی بازه‌ی  $[0.5, 1]$  بعد از ۲ گام به روش نصف کردن، بازه‌ی حاوی جواب کدام است؟

الف)  $[0.7, 0.75]$       ب)  $[0.5, 0.625]$       ج)  $[0.625, 0.75]$       د)  $[0.5, 0.75]$

(۴) گردشده‌ی عدد  $2/89049$  به ترتیب با دقت  $4S$  و  $4D$  کدام گزینه است؟

الف)  $2/890$  و  $2/8905$       ب)  $2/89$  و  $2/8905$       ج)  $2/89$  و  $2/8905$       د)  $2/890$  و  $2/8905$

(۵) به روش تکرار ساده برای محاسبه‌ی نقطه‌ی ثابت تابع  $g(x) = \frac{\pi}{4} + \sin(\frac{1}{4}x)$ ، با  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ، بعد از  $10$  مرحله، جواب دارای چه دقتی است؟

الف)  $5D$       ب)  $4D$       ج)  $3D$       د)  $2D$

(۶) فرض کنید  $f(x) = x^2 - 0.5x + 1$ ،  $x_0 = -1$  و  $x_1 = -2$ . مقدار  $x_2$  به روش وترتبی کدام است؟

الف)  $-1/1654$       ب)  $-1/0769$       ج)  $-1/0190$       د)  $-1/1595$

(۷) برای محاسبه‌ی ریشه‌ی  $f(x) = x^2 - 5x$  به روش نیوتن-رفسون، با فرض  $x_0 = 2$ ، مقدار  $x_2$  کدام است؟

الف)  $2/23607$       ب)  $2/23669$       ج)  $2/23612$       د)  $2/23764$

(۸) فرض کنید  $a = 0.00523$  و  $b = 0.00456$ . اگر محاسبات در سیستم  $s_3$  (با گردکردن) انجام گیرد، برای  $x = a^2 - b^2$  و  $y = (a - b)(a + b)$  مقدار  $|x - y|$  کدام گزینه است؟

الف)  $0$       ب)  $5 \times 10^{-7}$       ج)  $6 \times 10^{-8}$       د)  $2 \times 10^{-6}$

(۹) روش نیوتن-رفسون برای محاسبه‌ی ریشه‌ی  $ax^2 - x = 0$  به کدام رابطه‌ی بازگشتی منجر می‌شود؟

الف)  $x_k = \frac{2x_{k-1}}{2ax_{k-1} - 1}$       ب)  $x_k = ax_{k-1}^2$       ج)  $x_k = \frac{ax_{k-1}^2}{2ax_{k-1} - 1}$       د)  $x_k = \frac{3ax_{k-1}^2}{2ax_{k-1} - 1}$

۱۰) با فرض این که دنباله‌ی بازگشتی  $x_k = x_{k-1}(2 - ax_{k-1})$  برای عدد ثابت  $a \neq 0$  به  $\frac{1}{a}$  همگرا است. برای خطای مرحله  $k$ ام یعنی  $e_k = |x_k - \frac{1}{a}|$  کدام گزینه صحیح است؟

- الف)  $e_k = |a|e_{k-1}$  (ب)  $e_k = |a|e_{k-1}^2$  (ج)  $e_k = |\frac{1}{a}|e_{k-1}^2$  (د)  $e_k = |\frac{1}{a}|e_{k-1}$

۱۱) کدام گزینه صحیح است؟

- الف) مرتبه‌ی همگرایی روش نیوتن بزرگتر از مرتبه‌ی همگرایی روش وترى در محاسبه ریشه‌های ساده است.  
 ب) همگرایی روش وترى تضمین شده است.  
 ج) روش نصف کردن را می توان برای تعیین ریشه‌های مضاعف هم به کار برد.  
 د) همگرایی روش نیوتن—رفسون تضمین شده است.

۱۲) برای حل دستگاه معادلات خطی زیر به روش حذفی گاوس با محورگیری جزئی وزنی در مرحله‌ی اول، سطر اول با کدام سطر باید جابجا شود؟

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 20x_4 = 1/9 \\ 0/4x_1 - x_2 + x_3 - 1/2x_4 = -9 \\ x_1 + 2x_2 - 0/7x_3 + x_4 = 2 \\ 0/2x_1 + 0/2x_2 + 0/8x_3 + 0/3x_4 = 9 \end{cases}$$

- الف) سطر دوم (ب) سطر سوم  
 ج) سطر چهارم (د) نیاز به جابجایی سطرها نیست.

۱۳) در تجزیه‌ی  $LU$  ماتریس  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -3 & 9 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$  ماتریس  $L$  کدام است؟

- الف)  $\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ -1/5 & 1 & 0 \\ 0 & -0/5 & 1 \end{pmatrix}$   
 ج)  $\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ -1/5 & 1 & 0 \\ -1/5 & 0/125 & 1 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1 & 0 \\ 0 & -0/25 & 1 \end{pmatrix}$

۱۴) برای محاسبه‌ی ریشه‌ی  $f(x) = 0$  روی  $[1, 2]$  به روش نصف کردن بعد از ۱۲ گام جواب دارای چه دقتی است؟

- الف)  $2D$  (ب)  $3D$  (ج)  $4D$  (د)  $5D$

### پاسخ نامه

د	ج	ب	الف	—	د	ج	ب	الف	—	د	ج	ب	الف	—
				۱۱					۶					۱
				۱۲					۷					۲
				۱۳					۸					۳
				۱۴					۹					۴
				—					۱۰					۵

### موفق باشید

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(x-x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) + \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi),$$

$$z = z(x_1, \dots, x_n), \quad \Delta z \simeq \left| \frac{\partial z}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} \Delta x_n \right|,$$

$$|x_n - \alpha| \leq \frac{b-a}{2^n}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})},$$

$\alpha$  نقطه ثابت  $g$  است و  $Max|g'(x)| < q$  و  $|x_n - \alpha| \leq \frac{q^n}{1-q} |x_1 - x_0|$

آزمون میان ترم درس محاسبات عددی      فروردین ماه ۹۲      مدت ۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی ..... شماره‌ی دانشجویی ..... مدرس .....

توجه: پاسخ مناسب (نزدیک‌ترین گزینه به جواب درست) پرسش‌ها را فقط با علامت  $\times$  در پاسخ‌نامه مشخص کنید.  
پاسخ نادرست نمره‌ی منفی ندارد. از انتخاب دو گزینه برای یک پرسش و خط زدن خودداری کنید.

پاسخ نامه

۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	-
														الف
														ب
														ج
														د

- (۱) کدام یک از گزینه‌های زیر در حساب ممیز شناور درست است؟  
الف) عضو خنثای عمل جمع یکتا است.      ب) عمل جمع دارای خاصیت شرکت پذیری است.  
ج) جمع دو عدد مثبت نزدیک به هم دارای خطای زیادی است.      د) عمل جمع خاصیت جابجایی دارد.

- (۲) برای محاسبه‌ی نقطه‌ی ثابت تابع  $g(x) = \pi - \cos(\frac{x}{3})$  با  $x_0 = \pi$  بعد از شانزده گام به روش تکرار ساده، خطای جواب (بر اساس فرمول خطا) به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟  
الف)  $10^{-4}$       ب)  $1/7 \times 10^{-8}$       ج)  $2/3 \times 10^{-14}$       د)  $10^{-6}$

- (۳) اگر بخواهیم به کمک چندجمله‌ای تیلور  $T_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$  برای تابع  $f(x) = \cos(4x)$  مقدار  $\cos(1)$  با دقت  $5D$  مشخص شود، حداقل  $n$  مورد نیاز کدام گزینه است؟  
الف) ۱۰      ب) ۴      ج) ۲      د) ۸

(۴) اگر  $x = ۰/۰۰۰۰۰۰۲۲۳$ ،  $y = ۰/۰۰۰۰۰۰۱۲۳$ ،  $a = ۱۰۰۰۰۰۰(\sqrt{x} - \sqrt{y})$  و  $b = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$  آنگاه در سیستم  $S^3$ ، حاصل  $|a - b|$  کدام است؟

- الف) ۲ (ب) ۱ (ج) ۰/۱ (د) ۳

(۵) فرض کنید  $U = \frac{x^2}{y}$  و  $V = xy^3$ . درصد خطای  $x$  و  $y$  به ترتیب چه مقادیری باشد تا خطای نسبی  $U$  و  $V$  حداکثر  $۱۰^{-2}$  شود؟

- الف) ۰/۲۵٪ و ۰/۳٪ (ب) ۰/۲٪ و ۰/۳۵٪ (ج) ۰/۳۵٪ و ۰/۲٪ (د) ۰/۳٪ و ۰/۲۵٪

(۶) در تجزیه‌ی ماتریس  $A = \begin{pmatrix} ۲ & ۰ & -۴ & ۰ \\ ۱ & -۱ & ۳ & ۰ \\ -۲ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۰ & -۳ & ۱ \end{pmatrix}$  به حاصل ضرب ماتریس پایین‌مثلثی  $L$  و ماتریس بالامثلثی  $U$ ، ماتریس  $L$  کدام گزینه است؟

- الف)  $\begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ \frac{1}{4} & ۱ & ۰ & ۰ \\ -۱ & -۱ & ۱ & ۰ \\ \frac{1}{4} & ۰ & -۱ & ۱ \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ \frac{1}{4} & ۱ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ \frac{1}{4} & ۰ & ۱ & ۱ \end{pmatrix}$  (ج)  $\begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ -\frac{1}{4} & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ -\frac{1}{4} & ۰ & ۱ & ۱ \end{pmatrix}$  (د)  $L$  را نمی‌توان یافت.

(۷) اگر معادله‌ی  $\sin(x) - \cos(x) = ۰/۱$  را با  $x_۰ = ۰/۸$  و  $x_۱ = ۱$  به روش وتری (سکانت) حل کنیم  $x_3$  کدام گزینه است؟

- الف) ۰/۸۵۶۲۳۶۹۹۰ (ب) ۰/۸۵۶۱۶۶۱۱۲ (ج) ۰/۸۵۶۶۲۹۴۵۶ (د) ۰/۸۵۶۱۶۴۳۹۹۹

۸) اگر  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & -2/1 \end{pmatrix}$  چگونه می‌توان از همگرایی روش ژاکوبی با هر بردار اولیه برای حل دستگاه  $Ax = b$  مطمئن بود؟

- الف) جابه‌جایی سطر اول و سوم و سپس جایگزینی سطر اول با حاصل جمع سطر اول و سوم. ب) نیاز به تغییر  $A$  نیست.  
ج) جابه‌جایی سطر دوم و سوم و سپس جایگزینی سطر دوم با حاصل جمع سطر دوم و سوم. د) جابه‌جایی سطر اول و سوم.

۹) برای محاسبه‌ی جواب معادله‌ی  $\frac{\sin(t)}{1+e^{2t}} = 0$  در بازه‌ی  $[-3/5, -3/1]$  بعد از دو گام بازه‌ی شامل جواب کدام گزینه است؟  
الف)  $[-3/2, -3/1]$  ب)  $[-3/5, -3/3]$  ج)  $[-3/25, -3/2]$  د)  $[-3/15, -3/1]$

۱۰) برای  $0 < M < 1$ ، اگر بخواهیم  $x = \operatorname{arcsech}(M)$  را به کمک روش نیوتن-رفسون تقریب بزنیم کدام دنباله‌ی بازگشتی به دست می‌آید؟ (یادآوری:  $\frac{1}{\cosh(x)} = M \iff \operatorname{sech}(x) = M \iff x = \operatorname{arcsech}(M)$ )  
الف)  $x_{n+1} = x_n - \frac{\tanh(x_n) - M \cosh(x_n)}{\sinh(x_n)}$  ب)  $x_{n+1} = x_n + \frac{\cosh(x_n) - M \cosh^2(x_n)}{\sinh(x_n)}$   
ج)  $x_{n+1} = x_n - \frac{\sinh(x_n)}{M \operatorname{sech}(x_n)}$  د)  $x_{n+1} = \frac{x_n + M \sinh(x_n)}{\tanh(x_n)}$

۱۱) اگر به روش حذفی گاوس با محورگیری جزئی از ماتریس  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ -6 & 0 & -6 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  ماتریس بالامثلثی  $U = (u_{ij})$  به دست

آید،  $u_{33}$  کدام گزینه است؟

- الف)  $\frac{27}{7}$  ب)  $-\frac{12}{7}$  ج)  $-4$  د)  $3$

(۱۲) کدامیک از دنباله‌های زیر برای یافتن صفر مرتبه‌ی ۲ تابع  $f(x) = 1 - e^{x^2}$  دارای مرتبه همگرایی ۲ است؟

الف)  $x_{n+1} = x_n - \frac{(1 - e^{x_n^2})(x_n - x_{n+1})}{e^{x_{n-1}^2} - e^{x_n^2}}$

ب)  $x_{n+1} = x_n + \frac{1 - e^{x_n^2}}{2x_n e^{x_n^2}}$

ج)  $x_{n+1} = x_n + \frac{1 - e^{x_n^2}}{x_n e^{x_n^2}}$

د)  $x_{n+1} = x_n + 1 - e^{x_n^2}$

(۱۳) برای  $a > 2$ ، اگر دستگاه

$$\begin{cases} a^2x + y + az = 1 \\ ax + a^2y + z = -1 \\ x + ay + a^2z = 0 \end{cases}$$

را با  $x^{(0)} = y^{(0)} = z^{(0)} = 0$  به روش ژاکوبی حل کنیم، آنگاه

الف) دستگاه واگرا است.

ب) دستگاه همگرا است و  $y^{(2)} = \frac{-(a+1)}{a^4}$

ج) دستگاه همگرا است و  $y^{(2)} = \frac{1}{a^4} + \frac{1}{a^4}$

د) دستگاه همگرا است و  $y^{(2)} = 1 + \frac{1}{a}$

(۱۴) برای  $a > 2$ ، اگر دستگاه

$$\begin{cases} a^2x + y + az = 1 \\ ax + a^2y + z = -1 \\ x + ay + a^2z = 0 \end{cases}$$

را با  $x^{(0)} = y^{(0)} = z^{(0)} = 0$  به روش گaus-سایدل حل کنیم، آنگاه

الف) دستگاه واگرا است.

ب) دستگاه همگرا است و  $x^{(2)} = \frac{a^2+1}{a^4}$

ج) دستگاه همگرا است و  $x^{(2)} = \frac{a^2+1}{a^5}$

د) دستگاه همگرا است و  $x^{(2)} = 1 + \frac{1}{a^4}$

## موفق باشید

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) + \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi),$$

$$z = z(x_1, \dots, x_n), \quad \Delta z \simeq \left| \frac{\partial z}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} \Delta x_n \right|,$$

$$|x_n - \alpha| \leq \frac{b-a}{2^n}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})},$$

$\alpha$  نقطه ثابت  $g$  است و  $\text{Max}|g'(x)| < q$  و  $\frac{q^n}{1-q}|x_1 - x_0|$